

*На правах рукописи*



**СМИРНОВ Павел Михайлович**

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ  
СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В БАРАБАННО-ВИНТОВОМ  
СТУПЕНЧАТОМ АППАРАТЕ**

Специальность: 2.6.13. Процессы и аппараты химических технологий

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Ярославль – 2026

Работа выполнена на кафедре "Теоретическая и прикладная механика" федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный технический университет»

**Научный руководитель** *Таршис Михаил Юльевич*, доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», кафедра «Теоретическая и прикладная механика», профессор

**Официальные оппоненты:** *Лозовая Светлана Юрьевна*, доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова», кафедра «Механическое оборудование», профессор

*Беляков Антон Николаевич*, доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина», кафедра «Прикладная математика», заведующий кафедрой

**Ведущая организация** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный технический университет»

Защита диссертации состоится «31» марта 2026 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.513.01 в ФГБОУ ВО «ЯГТУ» по адресу: 150023, г. Ярославль, Московский пр-т, 88, ауд. Г-219.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные гербовой печатью организации, направлять по адресу: 150023, г. Ярославль, Московский пр-т, 88, ФГБОУ ВО «ЯГТУ», ученому секретарю диссертационного совета.

Электронная почта диссертационного совета: [dissovet@ystu.ru](mailto:dissovet@ystu.ru)

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО «ЯГТУ», с авторефератом диссертации – на официальном сайте ФГБОУ ВО «ЯГТУ»: <http://www.ystu.ru>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2026 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
к.т.н., доцент



**Гуданов Илья Сергеевич**

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ.** Смешивание сыпучих материалов является одним из наиболее распространенных механических процессов, широко применяемых в различных отраслях химической технологии, строительстве, металлургии, топливно-энергетического комплекса и многих других. На практике часто бывают востребованы смеси с небольшими (порядка 0,1) концентрациями ключевого компонента, обеспечение однородности которых является не простой технической задачей. Процесс приготовления однородных по составу сыпучих смесей также осложняется сопутствующим процессом сегрегации компонентов, который обусловлен различиями физико-механических свойств смешиваемых частиц (размеров, плотностей, формы и других). Поэтому создание эффективных конструкций аппаратов для приготовления однородных сыпучих смесей с малыми (порядка 0,1) концентрациями целевого компонента является актуальной задачей. Решение этой задачи может быть связано с разработкой аппаратов барабанного типа непрерывного действия. Устройства этого типа широко распространены в производстве благодаря простоте конструкции и низкой энергоемкости.

Научные работы по изучению этой тематики ведутся отечественными и зарубежными исследователями. Следует отметить труды многих ученых: Зайцев А.И., Першин В.Ф., Лебедев А.Е., Макаров Ю.И., Жуков А.Н., Капранова А.Б., Мудров А.П., Пикмуллин Г.В., Lommen S., Mohajeri M., Lodewijks G. и др.

Настоящая работа выполнялась в ФГБОУ ВО «ЯГТУ» в соответствии с приоритетными направлениями развития науки, технологий и техники в РФ: Указом Президента Российской Федерации от 18.06.2024 г. № 529 об утверждении приоритетных направлений научно-технологического развития и перечня важнейших наукоемких технологий (в том числе, технологий предупреждения и снижения рисков чрезвычайных ситуаций техногенного характера, негативных социально-экономических последствий); в соответствии с планами госбюджетных работ НИР в ФГБОУ ВО «ЯГТУ» (2021 – 2025гг.).

Объект исследования – процесс смешивания сыпучих материалов в аппаратах гравитационно-пересыпного действия.

Предмет исследования: механизм смесеобразования, поведение критерия однородности сыпучей смеси в барабанно – винтовом ступенчатом аппарате.

Цель работы. Разработка инженерного метода расчета барабанно- винтового смесителя непрерывного действия, обеспечивающего получение качественных сыпучих смесей компонентов в соотношении 1:1–1:11 на основе экспериментальных и теоретических исследований процесса смешивания.

Реализация цели предполагает решение следующих задач исследования:

1. Разработка эффективного экспериментального метода исследования качества смеси в её сечениях на ступенях смесителя.

2. Проведение экспериментальных исследований барабанно-винтового ступенчатого смесителя с целью установления влияния его конструктивных, режимных параметров, свойств компонентов на качество сыпучих смесей.

3. Проведение теоретических исследований механики движения сыпучего материала в рабочем объеме аппарата и разработка математической модели процесса смешивания, позволяющей определить поле скоростей и концентраций частиц компонентов в рабочем объеме аппарата; получить значения коэффициента неоднородности в поперечных сечениях смесителя.

4. Разработка метода инженерного расчета основных параметров ступенчатого барабанно-винтового смесителя сыпучих материалов, отличающихся отношением объемов компонентов в пределах от 1:1 до 1:10.

Направления исследования отвечают паспорту специальности 2.6.13. Процессы и аппараты химических технологий. Работа выполнена в соответствии со следующими пунктами.

1. Фундаментальные исследования явлений переноса энергии, массы и импульса в химико-технологических процессах и аппаратах.

3. Способы, приемы, методология исследования, перемещение сыпучих материалов в технологических аппаратах и схемах.

6. Способы, приемы, методология исследования механических процессов, совершенствование их аппаратного оформления.

#### Научная новизна работы:

1. Разработана математическая модель процесса смешивания сыпучего материала в новом барабанно-винтовом ступенчатом аппарате, позволившая определить поле скоростей и концентраций частиц и получить зависимости коэффициента неоднородности смеси в произвольном его сечении.

2. По результатам экспериментальных исследований нового аппарата получены уравнения регрессии, связывающие коэффициент неоднородности смеси с его параметрами (числом ступеней, их длинами, шагом и высотой винтового желоба, концентрацией ключевого компонента).

3. Теоретически обоснована методика инженерного расчета конструктивных и режимных параметров нового смесителя в части определения критерия качества смеси.

Теоретическая значимость состоит в том, что разработанная математическая модель, позволяет прогнозировать состояние однородности смеси в различных сечениях барабанно-винтового смесителя и может быть использована при создании обоснованных методов расчета новых устройств.

#### Практическая ценность результата:

1. Разработан новый барабанно-винтовой ступенчатый смеситель, для приготовления однородных смесей с соотношением компонентов 1:1-1:11.

2. Разработан эффективный способ экспериментального исследования процесса смешивания в устройстве непрерывного действия, с дополнительными рабочими элементами.

3. Разработан алгоритм численного расчета процесса смешивания в новом аппарате по предложенной математической модели. Метод инженерного расчета нового смесителя сыпучих материалов непрерывного действия может быть востребован проектными организациями для разработки оборудования непрерывного действия в различных отраслях промышленности.

4. Использование новой конструкции смесителя предлагается в агрегате для десульфуризации дымовых газов.

Положения, выносимые на защиту:

- конструкция ступенчатого барабанно-винтового смесителя сыпучих материалов;
- способ исследования качества сыпучей смеси в барабанно-винтовом смесителе непрерывного действия с дополнительными рабочими органами;
- математическая модель процесса смешивания в барабанно-винтовом аппарате, которая учитывает сегрегацию и дозагрузку компонентов на ступени;
- результаты экспериментальных исследований, которые устанавливают влияние основных параметров смесителя, процесса и сыпучих материалов на качество получаемых смесей;
- программы расчета процесса смешивания компонентов, вычисления коэффициента неоднородности смеси в барабанно-винтовом аппарате, разработанные на основе предложенной математической модели;
- инженерная методика расчета конструктивных, технологических и энергетических параметров нового барабанно-винтового ступенчатого смесителя сыпучих материалов.

Степень достоверности результатов. Достоверность результатов обоснована применением надежных методов проведения экспериментальных исследований, современных компьютерных методов обработки результатов, а также корректностью моделирования процесса смешивания на основе известных законов механики движения и взаимодействия частиц.

Личный вклад автора. Диссертантом выполнен весь объем экспериментальной работы, проведена обработка результатов, их анализ. Автор принимал участие в подготовке публикаций, разработке нового аппарата и способа его исследования, разработке математической модели процесса смешивания и компьютерных программ для её реализации.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертации доложены и обсуждены на международных научных конференциях «Математические методы в технике и технологиях»: ММТТ-36 (Н. Новгород, НГТУ, 2023г.); ММТТ-37 (Казань, КНИТУ, 2024г.); ММТТ-38 (Гродно, 2025г.); XII Международном Беремжановском съезде по химии и химической технологии, 4-6 декабря, 2024, Алматы, Казахстан; 75-78 всероссийских научно-технических конференциях студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием (Ярославль 2022–2025гг.).

Публикации. Основное содержание диссертации изложено в 23 научных работах, в том числе в 6 статьях в журналах из перечня рекомендованного ВАК РФ, 2 патентах на изобретение РФ и в 15 тезисах докладов на научных конференциях, в том числе 7 международных.

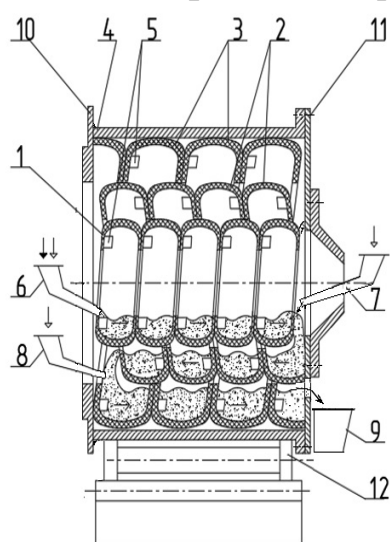
Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы, приложений. Работа изложена на 124 страницах и содержит 36 рисунков и 1 таблицу.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, научная новизна, практическая значимость и основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** проведён анализ известных конструкций смесителей сыпучих материалов гравитационно-пересыпного действия и способов приготовления сыпучих смесей, склонных к сегрегации, рассмотрены основные методы снижения сегрегации в этих устройствах. Проанализированы основные методы математического описания процесса смешивания сыпучих материалов. В качестве наиболее эффективных и обоснованных предлагаются методы механики сплошных сред, стохастические модели. Отмечена высокая эффективность численного моделирования в связи со значительным ростом в последние годы возможностей вычислительной техники.

**Во второй главе** представлены результаты экспериментальных исследований

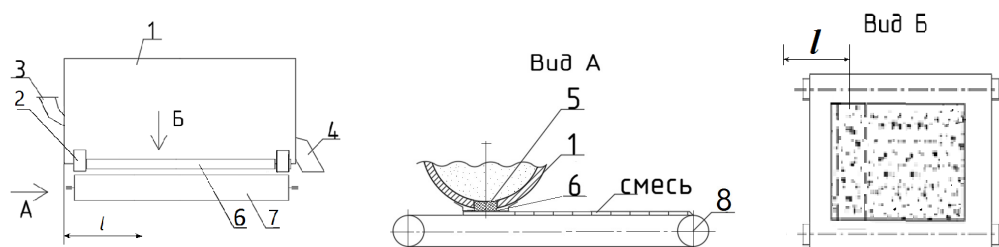


процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-винтовом ступенчатом смесителе, разработанном в ходе выполнения работы, на конструкцию которого получен патент на изобретение (патент № 2812190 РФ). Общий вид смесителя показан на рисунке 1. Он содержит корпус, выполненный в виде сообщающихся торообразных эластичных камер, которые соединены с образованием трех ступеней 1, 2, 3 винтовых желобов, установленных коаксиально в цилиндрической трубе 4. Внутри камер установлены лопасти 5, изготовленные из элементов их бортов. Ступень 1 корпуса сообщается с патрубком загрузки 6, а ступени 2 и 3 соединены

**Рисунок 1** – Схема смесителя с патрубками 7 и 8 дополнительной загрузки.

(патент № 2812190 РФ) При включении привода 12 труба 4 со ступенями 1, 2, 3 начинает вращаться. Компоненты, находящиеся внутри нее, движутся в режиме переката и смешиваются. Лопасти 5, проходя через смесь, оказывают на нее дополнительное воздействие. Компоненты перемещаются вдоль оси корпуса внутри ступени 1 и пересыпаются на ступень 2. Одновременно на поверхность смеси из патрубка 7 осуществляется дозагрузка транспортирующего компонента, который дозируется в соотношении 1:1 со смесью, полученной на участке ступени 1. На участке 2 компоненты перемещаются вдоль оси корпуса влево и пересыпаются в винтовой желоб участка 3. Из патрубка 8 вновь добавляется транспортирующий компонент в соотношении 1:1 со смесью, полученной на участке ступени 2. Затем процесс повторяется на ступени 3, откуда готовая смесь выгружается в бункер 9.

В работе предложен способ исследования качества смеси (патент № 2819489 РФ), схема реализации которого показана на рисунке 2. Смеситель, в котором изучается поведение смеси, имеет корпус 1, привод вращения 2, бункеры 3 и 4.

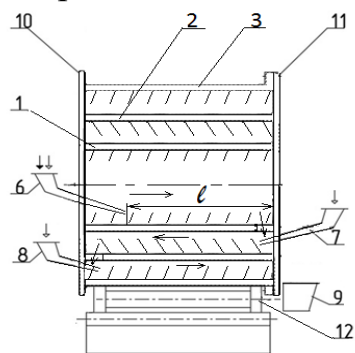


**Рисунок 2** – Устройство (смесителя и транспортера) для осуществления способа исследования качества смеси компонентов (патент № 2819489 РФ)

В нижней части корпуса 1 имеется продольная прорезь 5 с заслонкой 6. Под смесителем размещен транспортер 7 с приводом 8. Компоненты из бункера 3 поступают в корпус 1 и заполняют его. После начала разгрузки компонентов из бункера 4 привод выключают. Заслонка 6 открывается и включается привод транспортера. Смесь при движении ленты распределяется по ней слоем. Поверхность смеси фиксируется с помощью цифровой фотокамеры и проводится анализ изображения посредством деления его на пробные зоны, вычисления в них концентраций ключевого компонента и определения коэффициента неоднородности.

Основными задачами исследований являлись оценка эффективности применения барабанно-винтового ступенчатого смесителя, сопоставление его работы с работой одноступенчатого аппарата и установление влияний конструктивных параметров на однородность получаемых сыпучих смесей.

Экспериментальная установка (рисунок 3, а, б) содержит цилиндрические ступени 1, 2, 3 с прозрачными крышками 10, 11, а ячейки, в которые подаются компоненты, образованы винтовыми шнеками.



а)



б)

**Рисунок 3** – Схема (а) и общий вид (б) экспериментальной установки ступенчатого барабанно-винтового смесителя

Исследуемые параметры и диапазоны их варьирования:

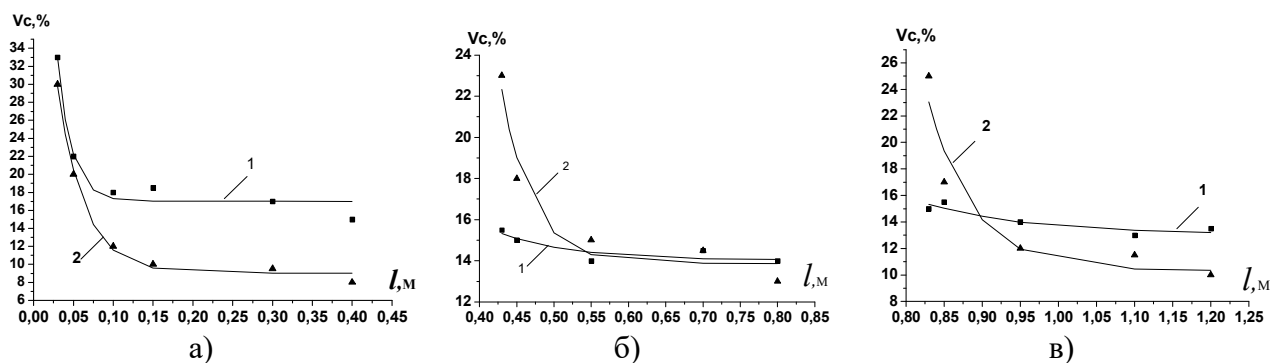
- конструктивные:  $d_{в} = [0,15; 0,23; 0,375]$ , м - внутренние диаметры ступеней рабочих камер ступенчатого смесителя,  $l = [0,01 - 0,4]$ , м - длина пути материала по ступени; внутренний диаметр рабочей камеры одноступенчатого смесителя и длина пути материала:  $d_{в} = 0,23$ , м,  $l = [0,01 - 1,2]$ , м по ступеням. Углы наклона лопастей к плоскости поперечного сечения рабочей камеры:  $\alpha = 45^\circ$ . Шаг винтового шнека и его высота по ступеням, соответственно:  $s = [0,03; 0,035; 0,05]$ , м;  $h = [0,045; 0,055; 0,07]$ , м;

- режимные:  $n$  - частота вращения корпуса [30, 60] об/мин,  $c = 0,125; 0,083$  - концентрации ключевого компонента,  $c = [0,5; 0,25; 0,125]$  - концентрация ключевого компонента смеси по ступеням;

- физико-механические: средние диаметры частиц и насыпные плотности компонентов (просо, манная крупа):  $d_1 = 0,225$ , см;  $d_2 = 0,03$ , см;  $\rho_1 = 0,84$  г/см<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 0,66$  г/см<sup>3</sup>.

Коэффициент неоднородности. определялся предложенным методом (патент № 2819489 РФ), а также известным бесконтактным методом (патент № 2690539 РФ). Обработка результатов осуществлялась методом наименьших квадратов с поиском уравнения приближенной регрессии, связывающего коэффициент неоднородности с параметрами смесителя. Качество аппроксимации оценивалось коэффициентом детерминации  $R^2$ . Рабочая длина ступени  $l$  варьировалась путем изменения места загрузки компонентов через патрубки 6, 7, 8 (см. рисунок 3).

Зависимости коэффициента неоднородности смеси (просо – манная крупа) от длин соответствующих ступеней, показаны на рисунках 4, а, б, в и 5, а, б.



**Рисунок 4** – Зависимость коэффициента неоднородности сыпучей смеси от длины  $l$  корпуса одноступенчатого смесителя (кривая 1) и от длины  $l$  ступени трехступенчатого смесителя (кривая 2): а - I ступень, б - II ступень, в - III ступень

Кривая 1 построена по результатам исследования в одноступенчатом смесителе ( $c = 0,125$ ); кривая 2 - при ступенчатом смешивании на первой ступени (рисунок 4, а), на второй ступени (рисунок 4, б) и на третьей ступени (рисунок 4, в). Концентрации ключевого компонента смеси на ступенях равны  $c = 0,5$ ;  $c = 0,25$  и  $c = 0,125$  соответственно. Результаты аппроксимации экспериментальных значений коэффициента неоднородности  $V_c$  смеси на ступенях и значения  $R^2$ :

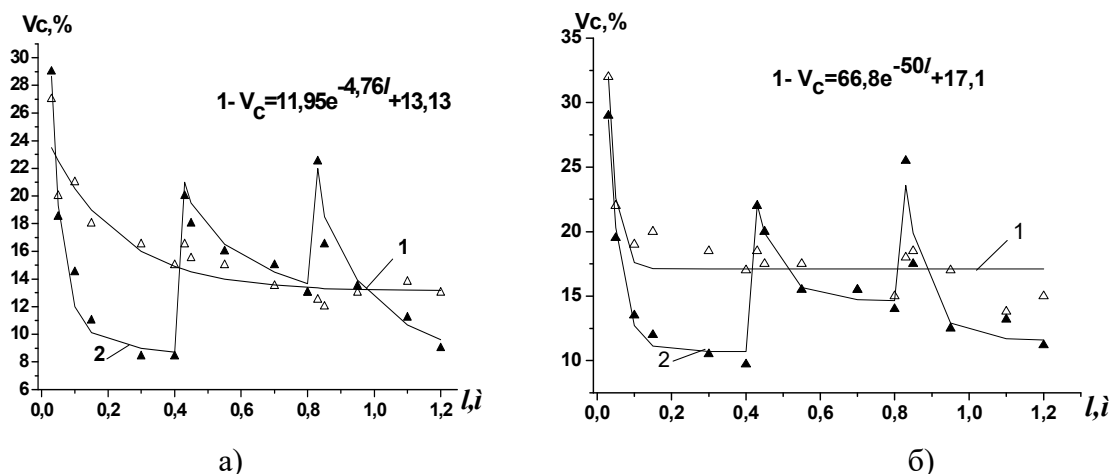
$$\text{I} - V_c = 51,02e^{-29,9l} + 9,02, R^2 = 0,999. \text{ II} - V_c = 3,75 \cdot 10^5 e^{-24,93l} + 13,87; R^2 = 0,95.$$

$$\text{III} - V_c = 3,75 \cdot 10^7 e^{-17,15l} + 10,3; R^2 = 0,93.$$

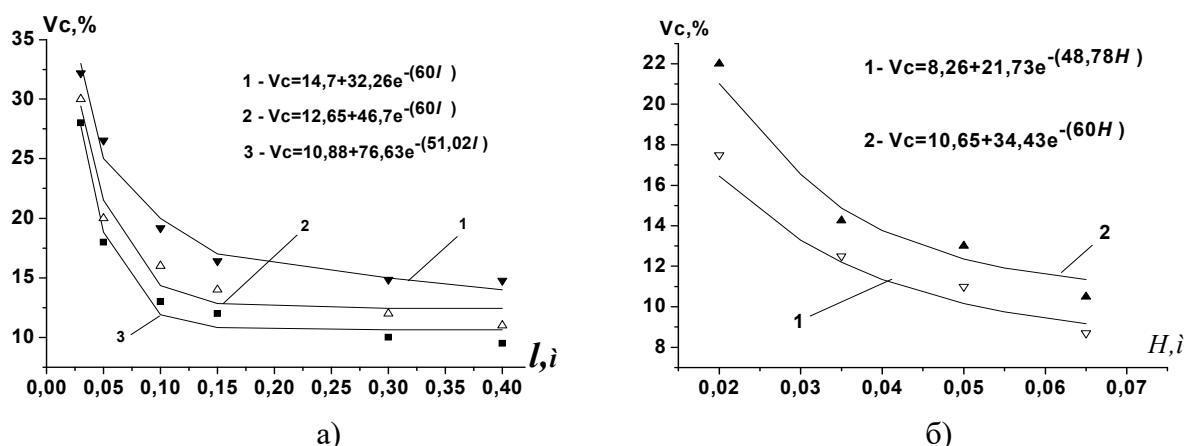
На рисунке 5 а, б показаны зависимости коэффициента неоднородности смеси от длины  $l$  корпуса смесителя по ступеням с учетом колебаний однородности смеси при дозагрузке транспортирующего компонента. На рисунке 5, а - смеси компонентов в соотношении 1:7 ( $c = 0,125$ ), на рисунке. 5, б - 1:11 ( $c = 0,0833$ ). Всплеск значений  $V_c$  для кривых смешивания 2 в местах дополнительной подачи транспортирующего компонента на II и III ступенях связан с реализацией метода разбавления. В дальнейшем кривая 2 располагается ниже кривой 1.

Результаты исследований влияния шага и высоты борта винтового желоба на однородность получаемых смесей даны на рисунке 6, а, б. Из графиков,

представленных на рисунке 6, видно, что уменьшение шага  $hs$  желоба приводит к увеличению пути и времени смешивания, уменьшению объема материала в ячейках желоба и росту однородности получаемой смеси. При увеличении высоты борта происходит увеличение коэффициента загрузки смесителя и соответствующий рост однородности получаемой смеси.



**Рисунок 5** – Зависимость коэффициента неоднородности сыпучей смеси от длины  $l$  корпуса одноступенчатого барабанно-винтового смесителя (кривая 1) и от длин ступеней трехступенчатого смесителя (кривая 2) при средней концентрации ключевого компонента на выходе: а –  $c = 0,125$ ; б –  $c = 0,0833$



**Рисунок 6** – Зависимость коэффициента неоднородности сыпучей смеси: а - от длины корпуса смесителя при различных значениях шага винтового желоба, мм (1 -  $hs = 30$ , 2 -  $hs = 50$ , 3 -  $hs = 65$ ); б - от высоты  $H$  борта рабочей камеры, при различных диаметрах корпуса желоба, мм (1 -  $D = 228$ , 2 -  $D = 400$ ,  $hs = 50$  мм)

Выводы по результатам исследований:

- эффективность одноступенчатого аппарата при достижении длины корпуса 1,5 длины ступени ( $l = 0,6$  м) падает. Равновесное значение коэффициента неоднородности достигает  $V_c \approx 13,5\%$  для целевой смеси  $c = 0,125$  и  $V_c \approx 14,5\%$  для смеси  $c = 0,083$ ;

- ступенчатый барабанно-винтовой смеситель позволяет получить на выходе аналогичные смеси однородностью  $V_c \approx 10\%$  ( $c = 0,125$ ) и  $V_c \approx 12\%$  ( $c = 0,083$ ), что показывает преимущество трехступенчатого аппарата перед одноступенчатым при переработке смесей с  $c = 0,125$  и  $c = 0,083$ .

В третьей главе дано математическое описание процесса смешивания сыпучих материалов в новом аппарате. Изменение поля концентраций двухкомпонентной смеси определяется уравнениями непрерывности:

$$\frac{\partial c_k^{(i)}}{\partial t} = -\nabla \bar{J}_k^{(i)} + p_k^{(i)} + p_k^{(i,i-1)} - q_k^{(i)} - q_k^{(i,i+1)},$$

$$\bar{J}_k^{(i)} = c_k^{(i)} \bar{V}^{(i)} + \bar{w}_k^{(i)}, \quad (1)$$

где  $c_k^{(i)}$  - объемная плотность - доля микрообъема смеси, занятая  $k$ -тым компонентом смеси ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) в  $i$ -той ступени смесителя ( $i = 1, 2, 3$ );  $\bar{J}_k^{(i)}$  - суммарные плотности потоков компонентов;  $\bar{V}^{(i)}$  - поля скоростей сыпучей массы;  $\bar{w}_k^{(i)}$  - плотности потоков сегрегации;  $p_k^{(i)}$  и  $q_k^{(i)}$  - соответственно потоки загрузки через дозаторы и выгрузки смеси в бункер;  $p_k^{(i,i-1)}$  - потоки загрузки в  $i$ -тую ступень из предшествующей;  $q_k^{(i,i+1)} = p_k^{(i+1,i)}$  - потоки выгрузки из  $i$ -той ступени в последующую;  $t$  - время. Потоки  $p$  и  $q$  показаны на рисунке 7, а. Поля и потоки являются функциями координат  $x, y, z$  и времени. В установившемся режиме работы смесителя  $\partial c_k^{(i)} / \partial t = 0$  и зависимость полей от времени исчезает.

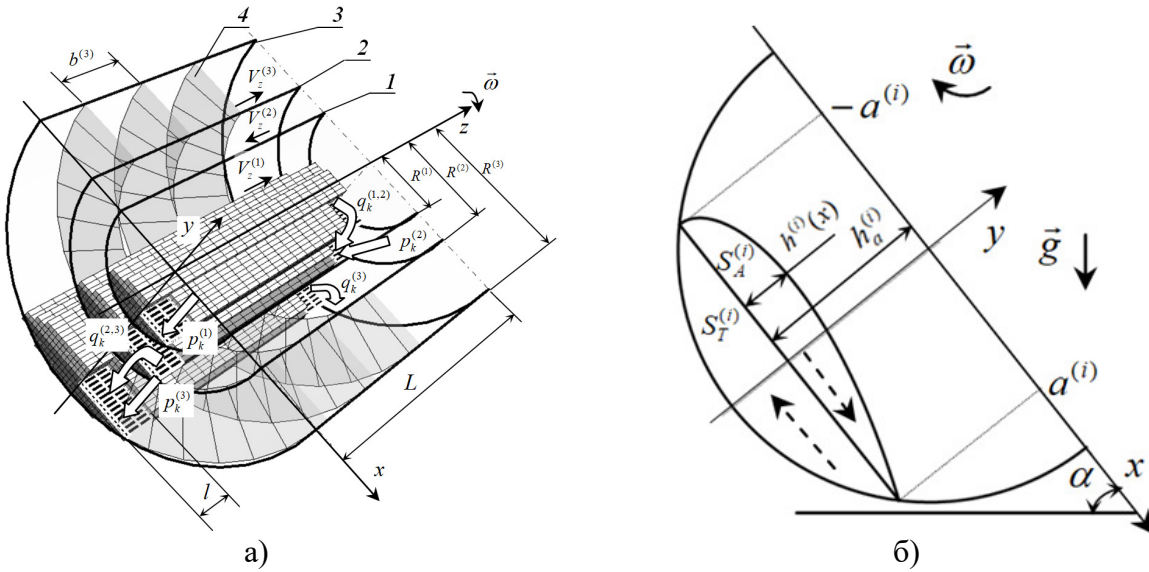


Рисунок 7 – Расчетная схема смесителя (а) и поперечное сечение  $i$ -той ступени (б)

Скорости движения сыпучей массы вдоль оси смесителя  $V_z^{(i)}$  постоянны:

$$V_z^{(i)} = (-1)^{i+1} b^{(i)} (\omega / 2\pi). \quad (2)$$

При работе смесителя в режиме переката -  $\omega^2 R^{(i)} < g$ , где  $g$  - ускорение свободного падения, сечение материала разделяется на две зоны.

В нижней зоне площадью  $S_T^{(i)}$  частицы материала поднимаются вверх по линиям тока и не переходят из одной линии тока в другую.

Компоненты  $V_x^{(i)}$  и  $V_y^{(i)}$  поля скоростей частиц в этой зоне имеют вид

$$V_x^{(i)} = \omega y, \quad V_y^{(i)} = -\omega x. \quad (3)$$

Достигнув линии обрушения, частицы попадают в зону обрушения с площадью  $S_A^{(i)}$ , скатываются вниз под действием силы тяжести, попадая в нижней

части в транспортирующую зону. За счет разрежения потока в зоне обрушения происходит переход частицы из одной линии тока в другую, что приводит к сегрегации компонентов, различающихся по физико-механическим свойствам. Пусть линия обрушения совпадает с осью  $x$  и наклонена к горизонту под углом  $\alpha$ . Тогда уравнение линии обрушения:

$$y = -h_a^{(i)}, \quad -a^{(i)} \leq x \leq a^{(i)}, \quad (4)$$

где  $h_a^{(i)} = \sqrt{(R^{(i)})^2 - (a^{(i)})^2}$ . Поверхность зоны обрушения задается уравнением

$$y = -h_a^{(i)} + h^{(i)}(x), \quad -a^{(i)} \leq x \leq a^{(i)}. \quad (5)$$

Полагая, что на линии обрушения имеет место тангенциальный разрыв скорости  $V_x^{(i)}$  и непосредственно над линией обрушения она обращается в ноль, что соответствует экспериментальным данным,  $V_x^{(i)}$  в зоне обрушения:

$$V_x^{(i)} = v_0(x) \left( (y + h_a^{(i)}) / h^{(i)}(x) \right), \quad (6)$$

где  $v_0(x)$  - скорость частиц на поверхности зоны обрушения. Пренебрегая силой трения, действующей на эти частицы, для функции  $v_0(x)$  справедливо:

$$v_0(x) = \sqrt{2g \sin(\alpha)(x + a^{(i)})}. \quad (7)$$

Неизвестную функцию  $h^{(i)}(x)$  находим из закона сохранения потока сыпучей массы при ее переходе из транспортирующей зоны в зону обрушения:

$$\int_{-h_a^{(i)}}^{-h_a^{(i)} + h^{(i)}(x)} V_x^{(i)} dy = \int_{-a^{(i)}}^x (-\omega x') dx', \quad (8)$$

где  $V_x^{(i)}$  определяется формулой (6). Из уравнения (8) следует, что

$$h^{(i)}(x) = \omega((a^{(i)})^2 - x^2) / v_0(x). \quad (9)$$

Характерная форма поверхности обрушения, определяемая (9) с учетом (7), удовлетворительно согласуется с экспериментом. Из уравнения непрерывности компонента скорости  $V_y^{(i)}$  в зоне обрушения  $\partial V_x^{(i)} / \partial x + \partial V_y^{(i)} / \partial y = 0$ , с учетом непрерывности нормальной составляющей скорости на линии обрушения, составляет

$$V_y^{(i)} = -\frac{1}{2}(y + h_a^{(i)})^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v_0(x)}{h^{(i)}(x)} \right) - \omega x. \quad (10)$$

Формулы (3)–(10) полностью определяют геометрическую форму транспортирующей зоны и зоны обрушения, а также поля скоростей  $V_y^{(i)}$  и  $V_x^{(i)}$  в этих зонах, если известна полудлина линии обрушения  $a^{(i)}$ . Для нахождения параметра  $a^{(i)}$  использован закон сохранения объема сыпучей массы:

$$S_T^{(i)} + S_A^{(i)} = (1/|V_z^{(i)}|) \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^n P_k^{(j)}, \quad (11)$$

где  $P_k^{(j)}$  - объем  $k$ -го компонента смеси, подаваемый через дозатор на  $j$ -той ступени в единицу времени, а площади  $S_T^{(i)}$  и  $S_A^{(i)}$  определяются по формулам:

$$S_T^{(i)} = (R^{(i)})^2 \arcsin(a^{(i)}/R^{(i)}) - a^{(i)}h_a^{(i)}, \quad S_A^{(i)} = \int_{-a^{(i)}}^{a^{(i)}} h^{(i)}(x)dx.$$

Численное решение (11) позволяет найти параметр  $a^{(i)}$  для каждой ступени.

Если компоненты существенно отличаются по плотности или размерам частиц, то в уравнении (1) нельзя пренебречь потоками  $\vec{w}_k^{(i)}$ , вызванными сегрегацией. Нарушение равновесия смеси связано с тем, что сила тяжести  $F_g$ , действующая на частицу, и сила Архимеда  $F$ , возникающая в результате давления на неё со стороны окружающих частиц, перестают уравновешивать друг друга. Пусть частица  $k$  компонента смеси с массовой плотностью  $\rho_k$  и размером  $d_k$  окружена частицами  $m$ -го компонента смеси с массовой плотностью  $\rho_m$  и размером  $d_m$ . Тогда отношение действующих на нее сил составит  $F/F_g \sim (\rho_k/\rho_m)(d_m/d_k)^2$ . Появление последнего множителя обусловлено тем, что в зернистой среде давление на частицу пропорционально числу ее контактов с окружением. Число контактов определяется величиной  $(d_m/d_k)^2$ . Если частица окружена частицами разных компонентов, то для оценки отношения  $F/F_g$  вместо значения  $\rho_m/d_m^2$  для  $m$ -го компонента взято средневзвешенное по объему компонентов значение этого параметра. Исходя из приведенных оценок, а также учитывая, что движущей силой процесса сегрегации является гравитация, можно предложить следующее модельное

представление для потоков  $\vec{w}_k^{(i)}$ , удовлетворяющее требованию  $\sum_{k=1}^n \vec{w}_k^{(i)} = 0$ :

$$\vec{w}_k^{(i)} = K_s \vec{g} \sqrt{R^{(i)}/g} c_k^{(i)} \left( 1 - \left( (\rho_k/d_k^2) / \sum_{m=1}^n c_m^{(i)} (\rho_m/d_m^2) \right) \sum_{m=1}^n c_m^{(i)} \right), \quad (12)$$

где  $K_s$  - безразмерный параметр. Выражение (12) применяется для расчетов в уравнении (1) только в зоне обрушения. В транспортирующей зоне  $\vec{w}_k^{(i)} = 0$ .

Для решения системы (1) (см. рисунок 1) зададим функции  $p$  и  $q$  так, чтобы они были отличны от нуля только в нижней части линии обрушения, определяемой выражением (4) при положительных значениях координаты  $x$ . Из зоны обрушения 1 ступени материал попадает в транспортирующую зону 2. Выражения потоков выхода материала из ступени 1 и перехода на ступень 2:

$$\begin{aligned} q_k^{(1,2)}(x, y, z) &= \left( |V_z^{(1)}| (S_T^{(1)} + S_A^{(1)}) / a^{(1)} l \right) c_k^{(1)}(x, y, z) \delta(y + h_a^{(1)}) \eta(x, 0, a^{(1)}) \eta(z, L-l, L) \\ p_k^{(2,1)}(x, y, z) &= \left( |V_z^{(1)}| (S_T^{(1)} + S_A^{(1)}) / a^{(1)} l \right) c_k^{(1)}(x, -h_a^{(1)}, z) \delta(y + h_a^{(2)}) \eta(x, 0, a^{(1)}) \eta(z, L-l, L) \end{aligned}, \quad (13)$$

где  $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака, а функция  $\eta(x, a, b)$  определяется выражением

$$\eta(x, a, b) = \begin{cases} 1, & a < x < b \\ 0, & x \leq a, \quad x \geq b. \end{cases}$$

Выражения потоков  $q_k^{(2,3)}$ ,  $p_k^{(3,2)}$  выхода из 2-й ступени и перехода в 3-ю:

$$q_k^{(2,3)}(x, y, z) = \left( |V_z^{(2)}| (S_T^{(2)} + S_A^{(2)}) / a^{(2)} l \right) c_k^{(2)}(x, y, z) \delta(y + h_a^{(2)}) \eta(x, 0, a^{(2)}) \eta(z, 0, l) \quad (14)$$

$$p_k^{(3,2)}(x, y, z) = \left( |V_z^{(2)}| (S_T^{(2)} + S_A^{(2)}) / a^{(2)} l \right) c_k^{(2)}(x, -h_a^{(2)}, z) \delta(y + h_a^{(3)}) \eta(x, 0, a^{(2)}) \eta(z, 0, l) ,$$

а также для потока выхода материала в бункер  $q_k^{(3)}$  :

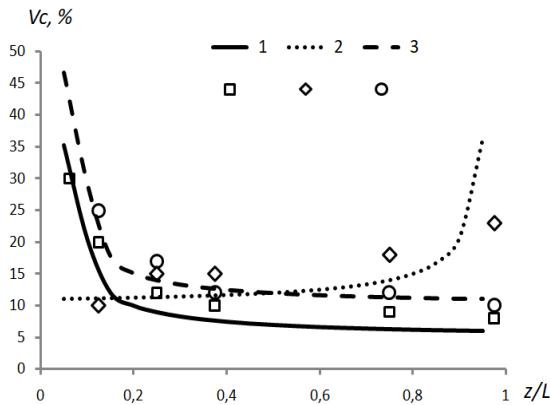
$$q_k^{(3)}(x, y, z) = \left( |V_z^{(3)}| (S_T^{(3)} + S_A^{(3)}) / a^{(3)} l \right) c_k^{(3)}(x, y, z) \delta(y + h_a^{(3)}) \eta(x, 0, a^{(3)}) \eta(z, L - l, L) . \quad (15)$$

Потоки компонентов через дозаторы  $p_k^{(i)}$  запишем аналогично (14), (15):

$$p_k^{(1)}(x, y, z) = P_k^{(1)} (la^{(1)} / n)^{-1} \delta(y + h_a^{(1)}) \eta(x, a^{(1)}(k-1) / n, a^{(1)}k / n) \eta(z, 0, l)$$

$$p_k^{(2)}(x, y, z) = P_k^{(2)} (la^{(2)} / n)^{-1} \delta(y + h_a^{(2)}) \eta(x, a^{(2)}(k-1) / n, a^{(2)}k / n) \eta(z, L - l, L) . \quad (16)$$

$$p_k^{(3)}(x, y, z) = P_k^{(3)} (la^{(3)} / n)^{-1} \delta(y + h_a^{(3)}) \eta(x, a^{(3)}(k-1) / n, a^{(3)}k / n) \eta(z, 0, l)$$

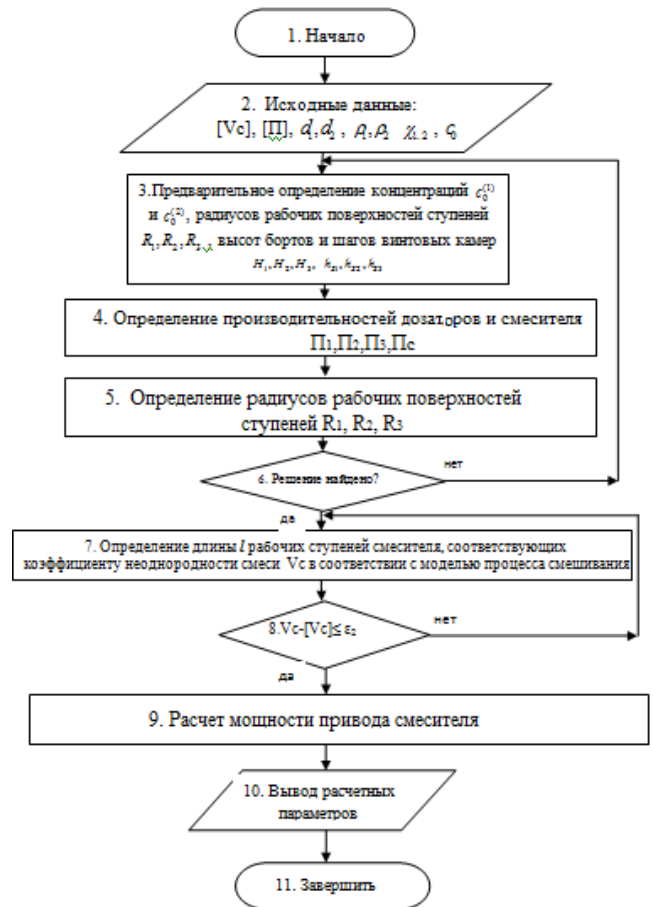


**Рисунок 8** – Сравнение расчетных и экспериментальных значений

заданными физико-механическими свойствами. Вычисления проводились методом конечных объемов с помощью пакета программ Mathematica. Расчетные значения коэффициента  $V_c$  в сравнении с данными эксперимента приведены на рисунке 8, из которого видно их соответствие.

В четвертой главе приведена методика инженерного расчета барабанно-винтового ступенчатого смесителя, построена блок-схема его расчета (рисунок 9), а также дано описание его использования в агрегате для десульфуризации дымовых газов. Методика включает расчет технологических и энергетических параметров смесителя. К технологическим параметрам относятся производительности

Согласно формулам (16), загрузка  $k$ -го компонента смеси в  $i$ -тую ступень проводится в отдельную зону на линии обрушения, определенную интервалом  $a^{(i)}(k-1) / n < x < a^{(i)}k / n$ . Это исключает смешивание компонентов до их попадания в устройство. Таким образом, замкнутая математическая модель (1)–(16), при известных параметрах смесителя, позволяет найти поля  $c_k^{(i)}$  для компонентов  $V_c$  с



**Рисунок 9** – Блок-схема расчета смесителя

дозаторов компонентов и смесителя. При расчете производительности использованы условия сохранения потоков компонентов в ступенях смесителя. Длины ступеней определяются расчетом по заданному коэффициенту неоднородности смеси с помощью компьютерной программы, разработанной на основе модели процесса смешивания.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана конструкция барабанно-винтового ступенчатого смесителя защищенная патентом РФ (патент № 2812190 РФ).

2. Разработан способ исследования качества сыпучей смеси, защищенный патентом РФ и позволяющий определять значения критерия однородности в сечениях смеси вдоль оси корпуса смесителя.

3. Проведены экспериментальные исследования влияния основных параметров нового смесителя на качество получаемых сыпучих составов. Установлено преимущество трехступенчатого аппарата перед одноступенчатым смесителем при получении смесей с соотношением компонентов 1:1-1:11.

4. Разработана математическая модель процесса смешивания сыпучего материала в барабанно-винтовом ступенчатом аппарате, позволяющая найти поля концентраций компонентов смеси в объеме аппарата.

5. На основе предложенной модели разработана программа расчета коэффициента неоднородности получаемой смеси. Установлена хорошая сходимость результатов расчета с данными эксперимента.

6. На основе теоретических и экспериментальных исследований процесса смешивания сыпучих материалов, результатов численного моделирования, разработана инженерная методика расчета конструктивных и технологических параметров нового смесителя.

7. Разработанный смеситель и программное обеспечение для расчета коэффициента неоднородности смеси предлагается использовать в агрегате для десульфуризации дымовых газов в АО «Кондор-Эко» (Ярославская область).

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ или индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science

1. Моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-винтовом ступенчатом смесителе / **П. М. Смирнов**, Л. В. Королев, М. Ю. Таршис, Е. Ф. Скурыгин // Южно-Сибирский научный вестник. – 2024. – № 6. – С. 72–78. – URL: [http://s-sibsb.ru/images/articles/2024/6/S-SibSB\\_Issue\\_58-72-78.pdf](http://s-sibsb.ru/images/articles/2024/6/S-SibSB_Issue_58-72-78.pdf)

2. Modeling the Mixing of Bulk Materials in a Drum-Screw Step Mixer / **P. M. Smirnov**, L. V. Korolev, M. Y. Tarshis [et al.] // Theor. Found. Chem. Eng. – 2025. – V. 59. – P. 646-651. – URL: <https://doi.org/10.1134/S0040579525602079>.

3. Исследование процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-винтовом ступенчатом устройстве / **П. М. Смирнов**, М. Г. Костенко, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Вестник Тамб. гос. техн. ун-та. – 2025. – Т. 31, № 3. – С. 467-473. – DOI: 10.17277/vestnik.2025.03.pp.467-473.

4. Исследование процесса смешивания сыпучих материалов в устройстве барабанного типа с дополнительными рабочими элементами / **П. М. Смирнов**, С. Н. Черпицкий,

М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Вестник Тамб. гос. техн. ун-та. – 2024. – Т. 30, № 2. – С. 285-291. – DOI: 10.17277/vestnik.2024.02.pp.285-291.

5. Parameters of the Model of Mixing of Polymer Particles in Crossing Flows for the Cyber-Physical Platform / A. B. Kapranova, D. V. Stenko, D. D. Bahaeva, D. V. Fedorova, **P. M. Smirnov**, M. Y. Tarshis // Cyber-Physical Systems. Studies in Systems, Decision and Control / A. G. Kravets, A. A. Bolshakov (eds). – Springer, Cham., 2024. – Vol. 560. – P. 153-166. – URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-67911-7\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-031-67911-7_12)

6. Analysis of Rarefied Flows Formation Process in Chemical Technology Apparatuses for Cyber-Physical Systems / A. B. Kapranova, D. D. Bahaeva, D. V. Fedorova, **P. M. Smirnov**, M. Y. Tarshis // Cyber-Physical Systems: Engineering in Digital Era. Studies in Systems, Decision and Control / A. G. Kravets, A. A. Bolshakov (eds). – Springer, Cham, 2025. – Vol. 624. – P. 93-107. – URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-032-02544-9\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-032-02544-9_7)

#### Патенты

1. Патент № 2812190 Российская Федерация, МПК В01F 9/02, МПК В01F 3/18. Смеситель сыпучих материалов / Таршис М. Ю., **Смирнов П. М.**, Королев Л. В., Капранова А. Б. ; опубл. 24.01.2024, Бюл. № 3.

2. Патент № 2819489 Российская Федерация. Способ исследования качества смеси компонентов, различающихся по цвету / Таршис М. Ю., **Смирнов П. М.**, Королев Л. В., Капранова А. Б. ; опубл. 21.05.2024. Бюл. № 3.

#### Публикации в сборниках материалов конференций

1. Моделирование формирования разреженных потоков частиц для киберфизических систем / А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева, Д. В. Федорова, **П. М. Смирнов**, М. Ю. Таршис // Математические методы в технологиях и технике. – 2024. – № 11. – С. 33-41. – DOI 10.52348/2712-8873.

2. Исследование процесса смешивания сыпучих материалов в аппаратах с дополнительными рабочими элементами / **П. М. Смирнов**, С. Н. Черпицкий, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Математические методы в технологиях и технике. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2023. – Т. 6. – С. 36-39. – DOI 10.52348/2712-8873\_ММТТ\_2023\_6\_36.

3. Исследование барабанно-винтового ступенчатого смесителя сыпучих материалов / **П. М. Смирнов**, М. Г. Костенко, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Матем. методы в технологиях и технике. – 2024. – № 9. – С. 21-24. – DOI 10.52348/2712-8873.

4. К расчету параметров барабанно-винтового смесителя сыпучих материалов / **П. М. Смирнов**, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Математические методы в технологиях и технике. – 2025. – № 12-2. – С. 107-111. – DOI 10.52348/2712-8873.

5. Анализ параметров модели смешения полимерных компонентов в пересекающихся потоках / А. Б. Капранова, Д. В. Стенько, Д. Д. Бахаева, Д. В. Федорова, **П. М. Смирнов**, М. Ю. Таршис // Математические методы в технологиях и технике. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2023. – Т. 7. – С. 39-46. – DOI 10.52348/2712-8873\_ММТТ\_2023\_7\_39.

6. Учет контактов частицы при моделировании движения сыпучего материала методом дискретных элементов / М. Г. Костенко, **П. М. Смирнов**, Л. В. Королев, М. Ю. Таршис // Математические методы в технологиях и технике. – 2024. – № 12-1. – С. 29-32. – DOI 10.52348/2712-8873.

7. Бахаева, Д. Д. Метод цифровой диагностики качества смешиваемых продуктов на примере расчёта коэффициента неоднородности / Д. Д. Бахаева, А. Б. Капранова, **П. М. Смирнов** // XII Международный Беремжановский съезд по химии и химической технологии (XII International Beremzhanov Congresson Chemistry and Chemical Technology), 4–6 декабря 2024, Алматы, Казахстан : сборник тезисов докладов [Электронное издание]. – Алматы: НАО «КазНУ им. аль-Фараби», 2024. – 222 с. – С. 165. – ISBN 978-601-04-6895-5.

8. Черпицкий, С. Н. О влиянии параметров барабанно-лопастного смесителя на его сглаживающую способность / С. Н. Черпицкий, **П. М. Смирнов**, М. Ю. Таршис // Семьдесят пятая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов с

международным участием. 20-21 апреля 2022 г., Ярославль: сборник материалов конференции. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль: Издательство ЯГТУ, 2022. – 795 с. – 1 CD-ROM. – С. 132–135.

9. **Смирнов, П. М.** Экспериментальные исследования параметров, определяющих ресурс фильтра системы очистки газов / **П. М. Смирнов, М. Ю. Таршис** // Семьдесят пятая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием. 20-21 апреля 2022 г., Ярославль: сборник материалов конференции. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль: Издательство ЯГТУ, 2022. – 795 с. – 1 CD-ROM. – С. 136–139.

10. **Смирнов, П.М.** Разработка высокоресурсного комбинированного фильтра повышенной эффективности для очистки газов промышленных предприятий / **П. М. Смирнов, М. Ю. Таршис** // Семьдесят шестая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием. 19-20 апреля 2023 г., Ярославль: сборник материалов конференции. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль: Издательство ЯГТУ, 2023. – 796 с. – 1 CD-ROM. – С. 108–110.

11. **Смирнов, П. М.** Экспериментальные исследования смесителей сыпучих материалов гравитационно-пересыпного действия / **П. М. Смирнов, С. Н. Черпицкий, М. Ю. Таршис** // Семьдесят шестая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием. 19-20 апреля 2023 г., Ярославль: сборник материалов конференции. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль: Издательство ЯГТУ, 2023. – 796 с. – 1 CD-ROM. – С. 111–114.

12. **Смирнов, П. М.** Разработка принципиальных схем барабанных смесителей сыпучих материалов с эластичными рабочими элементами / **П. М. Смирнов, С. Н. Черпицкий, М. Ю. Таршис** // Семьдесят шестая всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием. 19-20 апреля 2023 г., Ярославль: сборник материалов конференции. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль: Издательство ЯГТУ, 2023. – 796 с. – 1 CD-ROM. – С. 104–107.

13. **Смирнов, П. М.** Применение бесконтактных методов исследования сыпучих смесей в аппаратах периодического и непрерывного действия / **П. М. Смирнов, М. Ю. Таршис** // 77-я всеросс. науч.-техн. конф. ЯГТУ студентов, магистрантов и аспирантов с международным участием. 17-18 апреля 2024 г., Ярославль: сб. материалов конф. В 3 ч. Ч. 2. – Ярославль : Издательство ЯГТУ, 2024. – 789 с. – 1 CD-ROM. – С. 146-148.

14. **Смирнов, П. М.** Применение ступенчатого барабанно-винтового смесителя в агрегате десульфуризации дымовых газов / **П. М. Смирнов, М. Ю. Таршис** // Семьдесят восьмая Всеросс. науч.-техн. конф. студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием «научные разработки и инженерные кадры для технологического лидерства России. (23 апреля 2025 г., Ярославль): сб. материалов конференции. - Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2025. – 677 с. – 1 CD-ROM. – С. 345-348.

15. **Смирнов, П. М.** Методы совершенствования процесса смешивания сыпучих материалов в аппаратах гравитационно-пересыпного действия 349-352 / **П. М. Смирнов, Л. И. Филинков, М. Ю. Таршис** // Семьдесят восьмая Всеросс. науч.-техн. конф. студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием «научные разработки и инженерные кадры для технологического лидерства России. (23 апреля 2025 г., Ярославль): сб. материалов конференции. - Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2025. – 677 с. – 1 CD-ROM. – С. 349-352.